

ĐÁNH THỨC TÀI NĂNG TOÁN HỌC

Unleash **The Maths Olympian In You!**

Terry Chew

Nguyễn Thị Hạnh Duyên dịch

03 9-10 tuổi

- ✓ Sử dụng phương pháp học toán tiên tiến từ Singapore với phiên bản song ngữ Việt – Anh.
- ✓ Nội dung dí dỏm, các chủ đề thực tế, liên hệ với những sự kiện phổ biến hàng ngày.
- ✓ Khuyến khích học sinh phát huy khả năng tư duy và trí tưởng tượng.
- ✓ Giúp học sinh sử dụng nhiều cách để giải quyết một vấn đề, kích thích sáng tạo.



A Chau Education



THẾ GIỚI

NHÀ XUẤT BẢN THẾ GIỚI

PRACTICE



- 1 Find the value of $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14$.

- 2 Find the value of $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$.

- 3 Find the value of $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.

- 4 Find the value of $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$.

LUYỆN TẬP



- 1 Tính giá trị của dãy sau: $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14$.

- 2 Tính giá trị của dãy sau: $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$.

- 3 Tính giá trị của dãy sau: $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.

- 4 Tính giá trị của dãy sau: $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$.

LỜI NÓI ĐẦU

"Những bản nhạc khó chơi thường rất tuyệt vời, nhưng nếu chia bản nhạc thành từng phần đơn giản thì dù là những người mới học dần cũng có thể chơi được.

Toán học cũng như vậy."

Giáo sư Sherman K. Stein

Bộ sách **Danh thức Tài năng Toán học** đã được phổ biến rộng rãi ở nhiều quốc gia bởi những đặc trưng sau:

- Chủ đề đa dạng, liên hệ toán học với các sự kiện hàng ngày;
- Sự dí dỏm và phức tạp của các bài toán giúp khơi dậy kỹ năng tư duy và trí tưởng tượng đầy sáng tạo;
- Khuyến khích sử dụng nhiều phương pháp giải toán khác nhau, kích thích lối tư duy đột phá.
- Cung cấp kiến thức giải toán dựa trên những hướng dẫn và trình bày bao quát.

Cuốn sách bao gồm những tài liệu đã được tôi sử dụng trong nhiều năm giảng dạy. Dù các bài toán đều thuộc dạng bài thi Olympic Toán học, song tôi nhận thấy tất cả các học sinh đều thu được nhiều lợi ích khi luyện tập chúng. Trong việc học toán dạng này, việc bổ sung và làm những bài tập nâng cao cùng với tinh thần và niềm say mê còn quan trọng hơn năng lực bẩm sinh.

Rất nhiều học sinh mà tôi hướng dẫn, thậm chí cả cha mẹ các em cũng đều bị thu hút bởi những kiến thức được giới thiệu trong bộ sách này. Hy vọng rằng bạn và con bạn cũng sẽ có niềm say mê như vậy!

Terry Chew

MỤC LỤC

ĐÁNH THỨC TÀI NĂNG TOÁN HỌC - 3

| | |
|---|-----|
| Chapter 1: Looking for a Pattern..... | 2 |
| Chương 1: Tìm quy luật của dãy số..... | 3 |
| Chapter 2: The story of Gauss..... | 20 |
| Chương 2: Câu chuyện về Gauss..... | 21 |
| Chapter 3: Working Backwards..... | 36 |
| Chương 3: Tính ngược..... | 37 |
| Chapter 4: The Chicken-and-Rabbit Problems..... | 58 |
| Chương 4: Bài toán về gà và thỏ..... | 59 |
| Chapter 5: Problems from Planting Trees..... | 82 |
| Chương 5: Bài toán trồng cây..... | 83 |
| Chapter 6: Tricks in Addition and Subtraction..... | 102 |
| Chương 6: Những thủ thuật cộng trừ..... | 103 |
| Chapter 7: Tricks in Multiplication and Division..... | 118 |
| Chương 7: Những thủ thuật nhân chia..... | 119 |
| Chapter 8: Logic..... | 140 |
| Chương 8: Lô-gic..... | 141 |
| Chapter 9: Counting..... | 170 |
| Chương 9: Phép đếm..... | 171 |
| Chapter 10: Problems on Journey..... | 182 |
| Chương 10: Bài toán quãng đường..... | 183 |
| Chapter 11: The Age Problem..... | 198 |
| Chương 11: Bài toán về tuổi tác..... | 199 |
| Chapter 12: Solve Using Model..... | 222 |
| Chương 12: Giải bài toán bằng cách sử dụng sơ đồ..... | 223 |

$$\begin{aligned}6 &\div 2 = 3 \\18 &\div 6 = 3 \\18 &\times 3 = 54\end{aligned}$$

The next term is 54.

- (d) 44, 22, 20, 10, 8, (), ()

Analysis: The above number pattern uses two arithmetic skills: division and subtraction. The first term is divided by 2 and the second term is subtracted by 2.

$$\begin{array}{ll}44 \div 2 = 22 & 22 - 2 = 20 \\20 \div 2 = 10 & 10 - 2 = 8 \\8 \div 2 = 4 & 4 - 2 = 2\end{array}$$

The next two terms are 4 and 2 respectively.

- (e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), (), 55, 89, ...

Analysis: This number pattern is an example of Fibonacci numbers.

$$\begin{aligned}13 + 8 &= 21 \\21 + 13 &= 34\end{aligned}$$

The two terms are 21 and 34 respectively.

$$\begin{aligned}6 &\div 2 = 3 \\18 &\div 6 = 3 \\18 &\times 3 = 54\end{aligned}$$

Số hạng tiếp theo là 54.

- (d) 44, 22, 20, 10, 8, (), ()

Phân tích: Dãy số trên sử dụng hai kỹ năng tính toán: phép chia và phép trừ. Số hạng thứ nhất chia cho 2 và số hạng thứ hai trừ đi 2.

$$\begin{array}{ll}44 \div 2 = 22 & 22 - 2 = 20 \\20 \div 2 = 10 & 10 - 2 = 8 \\8 \div 2 = 4 & 4 - 2 = 2\end{array}$$

Hai số hạng tiếp theo lần lượt là 4 và 2.

- (e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), (), 55, 89, ...

Phân tích: Dãy số trên là một ví dụ của dãy Fibonacci.

$$\begin{aligned}13 + 8 &= 21 \\21 + 13 &= 34\end{aligned}$$

Hai số hạng lần lượt là 21 và 34.

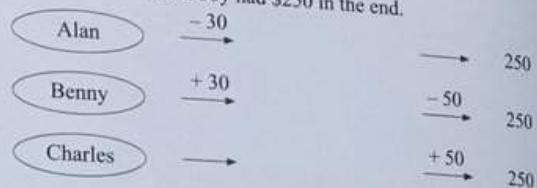
4

Alan, Benny and Charles had a total of \$750 at first. Alan gave \$30 to Benny. Benny gave \$50 to Charles. Each of them then had the same amount of money. How much money did each boy have at first?

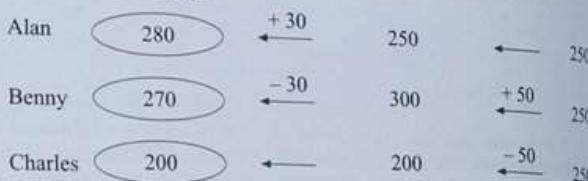
Solution:

$$\$750 \div 3 = \$250$$

Each boy had \$250 in the end.



Numerically,

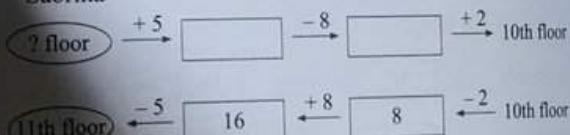


Alan had **\$280**, Benny had **\$270** and Charles had **\$200** at first.

Sabrina went up 5 floors to her grandmother's house to collect a prune cake. She went down 8 floors to pass the prune cake to her cousin. She then went up another 2 floors to look for a friend who stayed on the 10th floor to do homework together. On what floor was Sabrina staying?

Solution:

Sabrina



Sabrina was staying on the 11th floor.

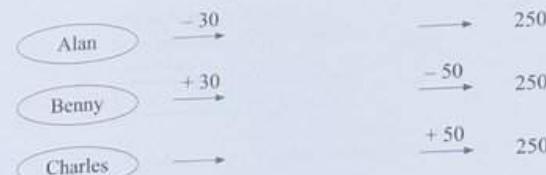
4

Lúc đầu Alan, Benny và Charles có tất cả 750 đô-la. Alan cho Benny 30 đô-la. Benny cho Charles 50 đô-la. Sau đó, ba người có số tiền như nhau. Hỏi lúc đầu mỗi người có bao nhiêu tiền?

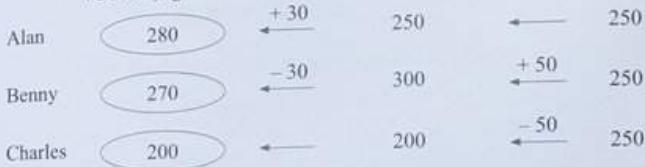
Cách giải:

$$750 \text{ đô-la} \div 3 = 250 \text{ đô-la}$$

Sau cùng, mỗi bạn có 250 đô-la.



Về số lượng,



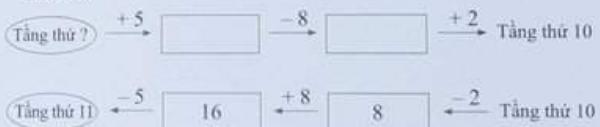
Lúc đầu, Alan có **280** đô-la, Benny có **270** đô-la và Charles có **200** đô-la.

5

Sabrina di lên 5 tầng lầu tới nhà của bà để lấy bánh mặn. Bạn ấy lại đi xuống 8 tầng lầu để đưa bánh mặn cho anh họ. Sau đó, Sabrina lại di lên 2 tầng lầu nữa để tìm bạn đang ở tầng 10 để cùng làm bài tập về nhà. Hỏi Sabrina đang ở tầng thứ mấy?

Cách giải:

Sabrina



Sabrina đang ở tầng thứ 11.



1 Looking for a Pattern

In mathematics, there are various patterns: some are relatively straightforward and others are more challenging. We, therefore, have to think outside the box and be flexible in our search for answers.

Besides adding or subtracting the terms in a number pattern, applying multiplication, division or even the use of any two arithmetic skills may help in the solving of the problems.

In **Fibonacci numbers**, the third term in the number pattern is the sum of the first and second terms; the fourth term is the sum of the second and third terms; the fifth term is the sum of the third and fourth terms, and so on. In essence, each term, after the first two terms, is the sum of the two preceding terms.

EXAMPLES

Complete each number pattern.

(a) 4, 7, 10, 13, (), ...

Analysis: The difference between any two consecutive terms in the above number pattern is 3, so the next term must be $13 + 3 = 16$.

(b) 2, 6, 12, 20, (), ...

Analysis: This is more interesting than the number pattern shown in (a). The second term is 4 more than the first one. Thereafter, the difference between any two consecutive terms increases by 2.

$$2 + 4 = 6$$

$$6 + 4 + 2 = 12$$

$$12 + 4 + 2 + 2 = 20$$

The next term is, therefore, $20 + 4 + 2 + 2 + 2 = 30$.

(c) 2, 6, 18, (), ...

Analysis: In the above number pattern, it is difficult to make sense of the difference between any two consecutive numbers. The difference between the first and second terms is 4. The difference between the second and third terms is 12. Observing the two differences will reveal that 12 is three times of 4. Hence the second term is three times the first term; the third term is three times the second term and so on.



TÌM QUY LUẬT CỦA DÃY SỐ

Trong toán học, có nhiều quy luật khác nhau: một số tương đối dễ hiểu và một số khác phức tạp hơn. Do đó, ta phải suy nghĩ độc đáo và linh hoạt để tìm ra đáp án. Không kể đến việc thêm hay bớt số hạng của dãy số theo quy luật, việc áp dụng phép nhân, phép chia hay thậm chí sử dụng cả hai kỹ năng số học cũng có thể giúp ích trong việc giải toán.

Trong **dãy số Fibonacci**, số hạng thứ ba của dãy số theo quy luật bằng tổng của số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai; số hạng thứ tư bằng tổng của số hạng thứ hai và thứ ba; số hạng thứ năm bằng tổng của số hạng thứ ba và thứ tư, và cứ tiếp tục như thế. Về bản chất, kể từ sau số hạng đầu tiên hai số, mỗi số hạng là tổng của hai số hạng liền trước nó.

VÍ DỤ

Điền các số còn thiếu trong dãy số sau:

(a) 4, 7, 10, 13, (), ...

Phân tích: Hiệu của hai số hạng liên kề nhau trong dãy số trên là 3, nên số hạng tiếp theo phải là: $13 + 3 = 16$.

(b) 2, 6, 12, 20, (), ...

Phân tích: Dãy số này thú vị hơn dãy số ở câu (a). Số hạng thứ hai hơn số hạng thứ nhất 4 đơn vị. Sau đó, hiệu của hai số hạng liên kề sẽ tăng thêm 2.

$$2 + 4 = 6$$

$$6 + 4 + 2 = 12$$

$$12 + 4 + 2 + 2 = 20$$

Do đó, số hạng tiếp theo là: $20 + 4 + 2 + 2 + 2 = 30$.

(c) 2, 6, 18, (), ...

Phân tích: Trong dãy số trên, thật khó tìm được hiệu số giữa bất cứ hai số liên tiếp nào. Hiệu của số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai là 4. Hiệu của số hạng thứ hai và số hạng thứ ba là 12. Quan sát hai hiệu này sẽ nhận ra rằng 12 gấp ba lần 4. Do đó, số hạng thứ hai gấp 3 lần số hạng thứ nhất; số hạng thứ ba gấp 3 lần số hạng thứ hai, ... và cứ thế.

| | |
|--|-----|
| Chapter 13: Solve by Comparision and Replacement..... | 248 |
| <i>Chương 13: Giải bài toán bằng phương pháp so sánh - thay thế.....</i> | 249 |
| Chapter 14: The Excess-and-Shortage Problem | 266 |
| <i>Chương 14: Bài toán thừa - thiếu.....</i> | 267 |
| Chapter 15: Finding Cubes..... | 280 |
| <i>Chương 15: Tìm số hình lập phương.....</i> | 281 |
| Chapter 16: The Shortest Path..... | 288 |
| <i>Chương 16: Quãng đường ngắn nhất.....</i> | 289 |
| Chapter 17: Interesting Remainder Problems..... | 310 |
| <i>Chương 17: Các bài toán liên quan đến số dư.....</i> | 311 |
| Chapter 18: Finding Perimeter..... | 328 |
| <i>Chương 18: Tính chu vi.....</i> | 329 |
| Chapter 19: The Page-Number Problems..... | 344 |
| <i>Chương 19: Bài toán số trang sách.....</i> | 345 |
| Chapter 20: Difinning New Operations..... | 362 |
| <i>Chương 20: Định nghĩa những phép toán mới.....</i> | 363 |
| Chapter 21: Value of Ones Digit..... | 376 |
| <i>Chương 21: Giá trị của chữ số tận cùng.....</i> | 377 |
| Chapter 22: Pigeonhole Principle..... | 399 |
| <i>Chương 22: Nguyên lý chuồng bồ câu.....</i> | 414 |
| ĐÁP ÁN..... | |

Đánh thức tài năng TOÁN HỌC

Unleash The Maths Olympian In You!

03 9-10 tuổi

- ✓ Sử dụng dạng bài thi Olympic Toán Châu Á Thái Bình Dương APMOPS.
- ✓ Nội dung dí dỏm, các chủ đề thực tế, liên hệ với những sự kiện phổ biến hàng ngày.
- ✓ Khuyến khích học sinh phát huy khả năng tư duy và trí tưởng tượng.
- ✓ Giúp học sinh sử dụng nhiều cách để giải quyết một vấn đề, kích thích sáng tạo.

- 6 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is added to 12 to reach the number on the right-hand-side.

$$\begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & \boxed{}0 \\ \boxed{} & \rightarrow & 1\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2\boxed{} & \rightarrow & 41 \\ \boxed{} & \rightarrow & \boxed{}\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}4 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array}$$

- 7 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is multiplied by 4 before adding 5 to reach the number on the right-hand-side.

$$\begin{array}{rcl} \boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \\ 5 & \rightarrow & 2\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 6\boxed{} \\ \boxed{} & \rightarrow & 97 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 6\boxed{} \end{array}$$

- 8 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is divided by 2 before subtracting 1 from it to reach the number on the right-hand-side.

$$\begin{array}{rcl} \boxed{} & \rightarrow & \boxed{} \\ 30 & \rightarrow & 1\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}\boxed{} & \rightarrow & \boxed{} \\ 4\boxed{} & \rightarrow & 22 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}6 & \rightarrow & 4\boxed{} \end{array}$$

- 9 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is multiplied by 2 before adding 3 to reach the number on the right-hand-side.

$$\begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \\ \boxed{}7 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 31 \\ 1\boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}5 & \rightarrow & \boxed{}3 \\ \boxed{}7 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array}$$

- 6 Điện vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi chữ số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mũi tên cộng thêm 12 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & \boxed{}0 \\ \boxed{} & \rightarrow & 1\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2\boxed{} & \rightarrow & 41 \\ \boxed{} & \rightarrow & \boxed{}\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}4 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array}$$

- 7 Điện vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi chữ số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mũi tên nhân với 4 rồi cộng thêm 5 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\begin{array}{rcl} \boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \\ 5 & \rightarrow & 2\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 6\boxed{} \\ \boxed{} & \rightarrow & 97 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 6\boxed{} \end{array}$$

- 8 Điện vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mũi tên chia cho 2 rồi trừ đi 1 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\begin{array}{rcl} \boxed{} & \rightarrow & \boxed{} \\ 30 & \rightarrow & 1\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}\boxed{} & \rightarrow & \boxed{} \\ 4\boxed{} & \rightarrow & 22 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}6 & \rightarrow & 4\boxed{} \end{array}$$

- 9 Điện vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mũi tên nhân với 2 rồi cộng thêm 3 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \\ \boxed{}7 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1\boxed{} & \rightarrow & 31 \\ 1\boxed{} & \rightarrow & 3\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \boxed{}5 & \rightarrow & \boxed{}3 \\ \boxed{}7 & \rightarrow & 5\boxed{} \end{array}$$