

ĐÁNH THỨC TÀI NĂNG TOÁN HỌC

Unleash **The Maths Olympian** In You!

Terry Chew

Nguyễn Thành Khang dịch

05 11-13 tuổi

- ✓ Sử dụng phương pháp học toán tiên tiến từ Singapore với phiên bản song ngữ Việt - Anh.
- ✓ Nội dung dí dỏm, các chủ đề thực tế, liên hệ với những sự kiện phổ biến hàng ngày.
- ✓ Khuyến khích học sinh phát huy khả năng tư duy và trí tưởng tượng.
- ✓ Giúp học sinh sử dụng nhiều cách để giải quyết một vấn đề, kích thích sáng tạo.

3 What digit does each letter represent?

$$(a) \begin{array}{r} & C & D \\ & B & C & D \\ + & B & A & C & D \\ \hline 1 & 9 & 8 & 9 \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{r} & & C \\ & & C & A & C \\ & + & A & C & B & C \\ \hline 2 & A & A & C \end{array}$$

Solution:

(a) From the above,
it is obvious that
 $D = 3$ and $B = 1$.

$$\begin{aligned} 3 \times 6 &= 18 \\ C &= 6 \\ 9 - 1 - 1 &= 7 \\ A &= 7 \end{aligned}$$

(b) $C = 5$ and $A = 1$

$$\begin{array}{r} & 5 & 1 & 5 \\ + & 1 & 5 & B & 5 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 5 \\ B & = 9 \end{array}$$

4 Alice's house number is a 4-digit number. When she moves the first digit to ones place, she notices that the new 4-digit number is bigger than her house number by 4707. What is her house number?

Solution:

Let her house number be $abcd$ and the new number be $bcd a$.

$$\begin{aligned} bcda - abcd &= 4707 \\ 1000b + 100c + 10d + a - 1000a - 100b - 10c - d &= 4707 \\ 900b - 999a + 9d + 90c &= 4707 \end{aligned}$$

Divide both sides by 9.

$$100b - 111a + d + 10c = 523$$

When $b = 6$ and $a = 1$,

$$489 + d + 10c = 523$$

$$d = 4 \text{ and } c = 3$$

Her house number is 1634.

3 Mỗi chữ cái dưới đây biểu diễn cho chữ số nào?

$$(a) \begin{array}{r} & C & D \\ & B & C & D \\ + & B & A & C & D \\ \hline 1 & 9 & 8 & 9 \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{r} & C & A & C \\ & C & A & C \\ + & A & C & B & C \\ \hline 2 & A & A & C \end{array}$$

Cách giải:

(a) Từ những giả thiết trên,
để dễ dàng nhận thấy:

$$D = 3 \text{ và } B = 1.$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$C = 6$$

$$9 - 1 - 1 = 7$$

$$A = 7$$

(b) $C = 5$ và $A = 1$

$$\begin{array}{r} & 5 & 1 & 5 \\ + & 1 & 5 & B & 5 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 5 \\ B & = 9 \end{array}$$

4 Số nhà của Alice là một số tự nhiên có 4 chữ số. Khi đổi chỗ chữ số hàng nghìn xuống hàng đơn vị ta sẽ nhận được một số tự nhiên mới lớn hơn số nhà của Alice 4707 đơn vị. Hỏi số nhà của Alice là bao nhiêu?

Cách giải:

Gọi số nhà của Alice là $abcd$ và số mới nhận được là $bcda$.

$$\begin{aligned} bcda - abcd &= 4707 \\ 1000b + 100c + 10d + a - 1000a - 100b - 10c - d &= 4707 \\ 900b - 999a + 9d + 90c &= 4707 \end{aligned}$$

Chia cả 2 vế cho 9, ta được.

$$100b - 111a + d + 10c = 523$$

Khi $b = 6$ và $a = 1$,

$$489 + d + 10c = 523$$

$$d = 4 \text{ và } c = 3$$

Số nhà của Alice là 1634.

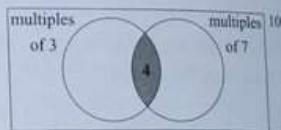
- 3 How many numbers ranging from 1 to 100 are not multiples of 3 and not divisible by 7?

Solution:

Common multiples of 3 and 7: 21, 42, 63, 84.

Number of multiples of 3 ranging from 1 to 100: $100 \div 3 = 33$ dư 1

Number of multiples of 7 ranging from 1 to 100: $100 \div 7 = 14$ dư 2

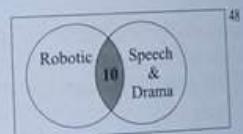


$$100 - (33 + 14 - 4) = 57$$

57 numbers ranging from 1 to 100 are not multiples of 3 and not divisible by 7.

- 4 Class 5D has 48 students. 28 of them join the Robotic Club. 14 of them join the Speech and Drama Club. 10 students join both clubs. How many students in Class 5D do not join either of these clubs?

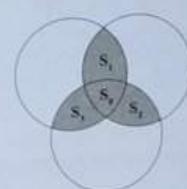
Solution:



$$48 - (28 + 14 - 10) = 16$$

16 students in Class 5D do not join either of these clubs.

- 5 3 identical circles each has an area of 157 cm^2 . When the circles overlap partially, the total area becomes 280 cm^2 . If $S_0 = 56 \text{ cm}^2$, find the value of $S_1 + S_2 + S_3$.



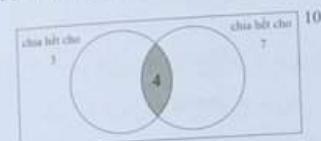
- 3 Có bao nhiêu số trong phạm vi từ 1 đến 100 không chia hết cho 3 và không chia hết cho 7?

Cách giải:

Các số chia hết cho 3 và chia hết cho 7 là: 21, 42, 63, 84.

Số các số chia hết cho 3 trong phạm vi từ 1 đến 100 là: $100 \div 3 = 33$ dư 1

Số các số chia hết cho 7 trong phạm vi từ 1 đến 100 là: $100 \div 7 = 14$ dư 2

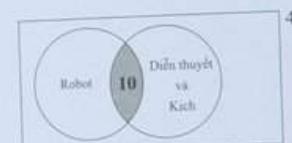


$$100 - (33 + 14 - 4) = 57$$

Có 57 số trong phạm vi từ 1 đến 100 không chia hết cho 3 và không chia hết cho 7.

- 4 Lớp 5D có 48 học sinh. Có 28 học sinh tham gia Câu lạc bộ Robot, 14 học sinh tham gia Câu lạc bộ Diễn thuyết và kịch, 10 học sinh tham gia cả 2 câu lạc bộ. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp 5D không tham gia câu lạc bộ nào?

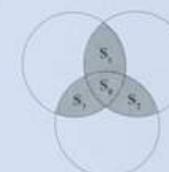
Cách giải:



$$48 - (28 + 14 - 10) = 16$$

Có 16 học sinh của lớp 5D không tham gia câu lạc bộ nào.

- 5 Có 3 hình tròn giống nhau có diện tích là 157 cm^2 . Khi các đường tròn phủ lên nhau thì tổng diện tích được phủ là 280 cm^2 . Biết $S_0 = 56 \text{ cm}^2$, tính tổng giá trị của $S_1 + S_2 + S_3$.



PRACTICE



- 1 Observe the following number pattern. What is the first number in the row?

	1				
	3	5	7		
9	11	13	15	17	
19	21	23	25	27	29
...
...
...

- 2 Find the sum of the number pattern below.

1	2	3	4	20
2	3	4	5	21
3	4	5	6	22
:	:	:	:	:
:	:	:	:	:
20	21	22	23	39

LUYỆN TẬP



- 1 Quan sát số dò số sau. Hỏi số đầu tiên ở hàng thứ 15 là số nào?

1	3	5	7		
9	11	13	15	17	
19	21	23	25	27	29
...
...
...

- 2 Tính tổng các số trong số dò số dưới đây:

1	2	3	4	20
2	3	4	5	21
3	4	5	6	22
:	:	:	:	:
:	:	:	:	:
20	21	22	23	39

3

Cryptarithm

Also known as Alphanumerics, Cryptarithm is a number puzzle whereby a digit is replaced by a letter.

Important notes:

- The sum of two digits must be 18 or less.

- The product of two digits must be 81 or less.

VÍ DỤ

- 1 What digit does each letter represent?

$$\begin{array}{r} A \quad B \\ A \quad B \\ + \quad A \quad B \\ \hline C \quad C \quad C \end{array}$$

Solution:

If $C = 1$,
 $111 \div 3 = 37$
 $A = 3$ and $B = 7$

If $C = 2$,
 $222 \div 3 = 74$
 $A = 7$ and $B = 4$

- 2 What digit does each letter represent?

(a) $\begin{array}{r} A \quad B \quad C \\ \times \quad \quad \quad A \\ \hline 1 \quad 0 \quad A \quad C \end{array}$

(b) $\begin{array}{r} A \quad B \quad C \quad D \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline D \quad C \quad B \quad A \end{array}$

Solution:

(a) $3 \times 3 = 9$
 $10 = 9 + 1$
 $A = 3$
 $C = 5$
 $3 \quad B \quad 5$
 $\times \quad \quad \quad 3$
 $\hline 1 \quad 0 \quad 3 \quad 5$
 $B = 4$

(b) $A = 1$ and $D = 9$
 $1 \quad B \quad C \quad 9$
 $\times \quad \quad \quad 9$
 $\hline 9 \quad C \quad B \quad 1$
 $B = 0$ (otherwise there will be regrouping in the thousands place.)
 $C = 8$

3

TỰ TOÁN¹

Giống như các bài toán về Chữ cái và số, Tự toán là một dạng câu đố về các số nhưng các chữ số đã được thay thế bằng các chữ cái.

Lưu ý:

- Tổng của 2 chữ số phải bé hơn hoặc bằng 18.
- Tích của 2 chữ số phải bé hơn hoặc bằng 81.

EXAMPLES

- 1 Mỗi chữ cái dưới đây biểu diễn cho chữ số nào?

$$\begin{array}{r} A \quad B \\ A \quad B \\ + \quad A \quad B \\ \hline C \quad C \quad C \end{array}$$

Cách giải:

Nếu $C = 1$,
 $111 \div 3 = 37$
 $A = 3$ và $B = 7$

Nếu $C = 2$,
 $222 \div 3 = 74$
 $A = 7$ và $B = 4$

- 2 Mỗi chữ cái dưới đây biểu diễn cho chữ số nào?

(a) $\begin{array}{r} A \quad B \quad C \\ \times \quad \quad \quad A \\ \hline 1 \quad 0 \quad A \quad C \end{array}$

(b) $\begin{array}{r} A \quad B \quad C \quad D \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline D \quad C \quad B \quad A \end{array}$

Cách giải:

(a) $3 \times 3 = 9$
 $10 = 9 + 1$

$A = 3$
 $C = 5$
 $3 \quad B \quad 5$

$\times \quad \quad \quad 3$
 $\hline 1 \quad 0 \quad 3 \quad 5$

$B = 4$

(b) $A = 1$ và $D = 9$
 $1 \quad B \quad C \quad 9$

$\times \quad \quad \quad 9$
 $\hline 9 \quad C \quad B \quad 1$

$C = 8$

$B = 0$ (ngược lại kết quả sẽ được nhô vào chữ số hàng nghìn)



Whole Numbers

The most important and sophisticated technique that we will learn from this chapter is to be able to express, say, $abcd$, which denotes a 4-digit number, in the form of

$$1000a + 100b + 10c + d.$$

The usefulness of this simple expression is to help us solve and appreciate a unique set of mathematical problems such as Example 3, Example 4 and Question 10 in this chapter.

The other category of mathematical problems, namely multiplication of two extremely long string of numbers, uses a simple concept ($10 - 1 = 9$) for problem-solving. This concept is demonstrated in Example 2.

Last but not least, we will learn to simplify the computation of the sum or difference of two sets of products through skilful factorisation. Example 1 and Question 7 illustrate this technique.

EXAMPLES

$$999\ 999 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 = ?$$

Solution:

$$\begin{aligned} & 999\ 999 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times 3 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times 666\ 666 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times (666\ 666 + 333\ 334) \\ &= 333\ 333 \times 1\ 000\ 000 \\ &= 333\ 333\ 000\ 000 \end{aligned}$$



SỐ TỰ NHIÊN

Kỹ năng quan trọng nhất và phức tạp nhất mà chúng ta sẽ được học trong chương này là khả năng biểu diễn số, ta viết số tự nhiên có 4 chữ số dưới dạng sau:

$$1000a + 100b + 10c + d.$$

Tinh hưu dụng của phép biểu diễn số đơn giản này có thể giúp chúng ta đánh giá và giải quyết các bài toán đặc biệt như Ví dụ 3, Ví dụ 4 và Bài tập 10 trong chương này.

Một dạng bài tập khác là nhân hai số có nhiều chữ số, thường sử dụng một khái niệm đơn giản ($10 - 1 = 9$) để giải toán. Khái niệm trên được thể hiện trong Ví dụ 2.

Cuối cùng nhưng rất quan trọng, ta sẽ học cách đơn giản hóa việc tính tổng hoặc hiệu của hai biểu thức tích qua việc tìm các thừa số. Trong Ví dụ 1 và Bài tập 7, ta sẽ tìm hiểu rõ hơn về kỹ năng này.

VÍ DỤ

1 $999\ 999 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 = ?$

Cách giải:

$$\begin{aligned} & 999\ 999 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times 3 \times 222\ 222 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times 666\ 666 + 333\ 333 \times 333\ 334 \\ &= 333\ 333 \times (666\ 666 + 333\ 334) \\ &= 333\ 333 \times 1\ 000\ 000 \\ &= 333\ 333\ 000\ 000 \end{aligned}$$

PRACTICE



- 1 What is the angle formed by the minute hand and the hour hand at 4:15?



- 2 What is the angle formed by the minute hand and the hour hand at 9:05?



LUYỆN TẬP



- 1 Tim góc tạo bởi kim giờ và kim phút khi đồng hồ chỉ 4 giờ 15 phút chiều.



- 2 Tim góc tạo bởi kim giờ và kim phút khi đồng hồ chỉ 9 giờ 10 phút sáng.

